样条磨光的盈亏修正技术与图象反扩散恢复

蔡利栋
(暨南大学计算机科学系,广州 510632)

摘　要　以三阶 B-样条作数据磨光时,引入盈亏修正可以在磨光的同时提高逼近原始数据的精度.通过从图象的平滑与恢复处理的角度出发来对盈亏修正技术进行评注,并进一步阐明了样条磨光与扩散平滑、盈亏修正与反扩散恢复在离散条件下的等价关系,给出了用于修正的更新迭代算子序列以及相应的偏差阶数估计,并且指出了盈亏修正的简单迭代和更新迭代都是数值上绝对不稳定的计算.最后讨论了盈亏修正技术在图象边缘探测中的适用性.

关键词　三阶 B-样条　扩散平滑　盈亏修正　反扩散恢复
中图法分类号:TP391.4　**文献标识码**:A　**文章编号**:1006-8961(2001)04-0315-06

Comments on Revision Technique in Cubic B-Spline Smoothing An Inverse Diffusion Restoration Understanding

CAI Li-dong
(*Department of Computer Science*, *Jinan University*, *Guangzhou* 510632)

Abstract　The profit-and-loss revision technique may improve the accuracy of approximation to raw image data undergone a cubic B-spline smoothing. Comments are made on this technique from the viewpoint of image smoothing and restoration, giving highlights on the equivalence between spline smoothing and diffusion smoothing, and between profit-and-loss revision and inverse diffusion restoration; formulating the revision operators into a series of renewal recursions together with an estimation to the order of their deviations from the raw data; and exposing the numerical instability of both simple and renewal recursion of the profit and loss revision. Finally, a discussion is further made on the feasibility of applying the profit-and-loss revision to edge detection for images in the presence of noise.

Keywords　Cubic B-spline, Diffusion smoothing, Revision technique, Inverse diffusion restoration

0　引　言

高斯平滑(Gaussian smoothing)在计算机视觉处理中占有重要的地位,在图象处理中,它是以高斯分布 $g(x,y,\sigma)$ 为核函数来对图象 $f(x,y)$ 作卷积

$$F(x,y,\sigma)\equiv f(x,y)*g(x,y,\sigma) = \iint_{(-\infty,\infty)} f(u,v)g(x-u,y-v;\sigma)\,\mathrm{d}u\mathrm{d}v \quad (1)$$

其中,σ 为平滑尺度,

$$g(x,y,\sigma)=\frac{1}{2\pi\sigma^2}\exp\left[\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right] \quad (2)$$

高斯平滑被广泛应用于噪声压制,并与 Laplace 算子一起构成图象的边缘检测算子 LoG (Laplacian of Gaussian)[1].特别,在多尺度滤波[2]中,高斯分布是唯一的卷积核函数,并具有‘随着尺度的增大,过零点只会减少不会增多’的优良特性,由此即可得到信号的“自然尺度”描述[2].

也即高斯平滑等价于扩散方程的初值问题[4]

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial t}f(x,y,t) = b\nabla^2 f(x,y,t) & (3a)\\ f(x,y,0) = f_0(x,y) & (3b)\end{cases}$$

其中,$\nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}$ 为二维 Laplace 算子,$x,y\in[0,1]$;$b>0$ 为扩散系数,$t\geq 0$ 为扩散时间,二者满足如

基金项目:国家自然科学基金资助项目(69575109);广东省自然科学基金资助项目(950617)
收稿日期:2000-09-15;改回日期:2000-12-04

下关系式

$$\sigma = \sqrt{2bt} \tag{4}$$

所以,除了以卷积形式实现外,高斯平滑还可以通过求解扩散方程来实现,即所谓扩散平滑(diffusion smoothing)[5,6],而且以 σ 为尺度对 $f_0(x,y)$ 作高斯平滑的结果即相当于以 b 为扩散系数对 $f_0(x,y)$ 作扩散在 t 时刻所得的值 $f(x,y,t)$.

以三阶 B-样条为核函数对数据作卷积则称为样条磨光[7~9]或样条平滑[10~12](spline smoothing).其曲面和曲线的样条平滑公式分别为

$$\hat{f}_{i,j} = \frac{4}{9}f_{i,j} + \frac{1}{9}(f_{i-1,j}+f_{i+1,j}+f_{i,j-1}+f_{i,j+1}) + \frac{1}{36}(f_{i-1,j-1}+f_{i-1,j+1}+f_{i+1,j-1}+f_{i+1,j+1}) \tag{5}$$

$$\hat{f} = \frac{1}{6}(f_{i-1}+4f_i+f_{i+1}) \tag{6}$$

相应的模板分别为

$$\frac{1}{36}\times\begin{bmatrix}1 & 4 & 1\\ 4 & 16 & 4\\ 1 & 4 & 1\end{bmatrix} \text{和} \frac{1}{6}\times[1\quad 4\quad 1]$$

尽管样条平滑速度较慢,又有边界‘凸端点锁定”效应[10],但它具有非参数化逼近、局部运算和局部保凸等优点,而曲面样条平滑又可分解为对 x 和 y 方向的两组曲线平滑来先后进行,因而确为一种方便、灵活的平滑手段.不失一般性,以下只考虑曲线样条平滑的情况,并且曲线端点只作线性延拓,即端点值保持不变的简单处理.

在对数据作三阶 B-样条磨光(平滑)时,如果先作盈亏修正,则可以在磨光的同时提高逼近原始数据的精度[7,8],其计算新值采用的公式分别为

盈亏修正: $$\hat{f} = f_i - \frac{1}{6}(f_{i-1}-2f_i+f_{i+1}) \tag{7}$$

样条磨光: $$\bar{f}_i = f_i + \frac{1}{6}(f_{i-1}-2f_i+f_{i+1}) \tag{8}$$

相应的模板分别为

$$\frac{1}{6}\times[-1\quad 8\quad -1] \text{和} \frac{1}{6}\times[1\quad 4\quad 1]$$

曲线平滑必定引起曲线模糊、畸变[13],而且持续平滑将导致曲线最终退化为直线或圆弧;可是,盈亏修正则反其道而行之,因为它能尽量提高对原始数据的逼近精度,故其可视为对模糊图象的恢复处理.鉴于平滑和恢复都可以用扩散过程来解释[6],因此本文将从图象的扩散平滑与反扩散恢复处理[14]的角度出发,来对样条磨光的盈亏修正技术及其应用[15]给出一些简略的评注.

1 几点注记

扩散方程(3a)的一维形式及相应的反扩散方程[6]分别为

$$\frac{\partial}{\partial t}f(x,t) = b\frac{\partial^2}{\partial x^2}f(x,t) \tag{9a}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}f(x,t) = -b\frac{\partial^2}{\partial x^2}f(x,t) \tag{9b}$$

取空间变量 x 的步长为 h,时间变量 t 的步长为 τ,那么,通过对 $x=ih$,$t=k\tau$ 进行离散,可得如下扩散与反扩散公式

$$f^{k+1} = f^k + b\tau\nabla^2 f^k = (1+\beta h^2\nabla^2)f^k = Sf^k \tag{10a}$$

$$f^{k-1} = f^k - b\tau\nabla^2 f^k = (1-\beta h^2\nabla^2)f^k = Rf^k \tag{10b}$$

$$k = 0,1,2,\cdots$$

其中,

$$h^2\nabla^2 f_i = f_{i-1} - 2f_i + f_{i+1} \quad i = 0,1,2,\cdots,L \tag{10c}$$

$$\beta = \frac{b\tau}{h^2} \tag{10d}$$

$$S = 1 + \beta h^2\nabla^2 \tag{10e}$$

$$R = 1 - \beta h^2\nabla^2 \tag{10f}$$

式中,S 与 R 表示扩散与反扩散运算;公式(10a)和(10b)的截断误差为 $O(\tau)$,公式(10c)的截断误差为 $O(h^2)$,相应的运算模板为

$$[\beta\quad 1-2\beta\quad \beta],[\beta\quad 1+2\beta\quad \beta] \text{和} [1\quad -2\quad 1]$$

尽管高斯分布函数定义于无穷区间上,而三阶 B-样条函数是一个紧支函数,但由于前者的快速下降性质,若选取适当的尺度 σ,则二者的差别即可以视为离散误差,从而有下列结果:

注记1 样条磨光在离散情况下等价于扩散过程

$$\frac{\partial}{\partial t}f(x,t) = \frac{1}{6}\frac{\partial^2}{\partial x^2}f(x,t) \tag{11}$$

证明 取 $b=\frac{1}{6}$,$h=\tau=1$,则 $\beta=\frac{1}{6}$,由扩散公式(10a)和(10c)即可得如式(8)的样条磨光公式.

注记2 盈亏修正在离散情况下等价于反扩散过程

$$\frac{\partial}{\partial t}f(x,t) = -\frac{1}{6}\frac{\partial^2}{\partial x^2}f(x,t) \tag{12}$$

证明 同样,取 $b=\frac{1}{6}$,$h=\tau=1$,则由反扩散公式(10b)和(10c)即可得如式(7)的盈亏修正公式.

以下各处出现的 β 均为 $\beta=\frac{1}{6}$,由式(4)可知相应的高斯平滑 $\sigma=\sqrt{\frac{1}{3}}$.

在样条磨光之前先作盈亏修正就相当于作了反扩散后又作扩散，表面上看，效果似将抵消，然而，注意到注记 1 和 2 中的两个等价关系均在离散情况，也即忽略了截断误差时才成立，因此据其可以推知样条磨光 S 与盈亏修正 R 只能构成概念上的(conceptually)，而不是严格意义下的(strictly)一对互逆运算，或称之为拟逆运算对(Quasi-reverse operation pair)[6]. 由于此时必有 $RS \neq I \neq SR$(I 为恒等算子)，这表明了 S 与 R 处理的效果不能互相抵消，可见这恰是盈亏修正 R 价值之所在.

注记 3　盈亏修正-样条磨光处理 RS，可将逼近阶数从 $O(h^2)$提高到 $O(h^4)$.

证明

$$\bar{f}_{i,j} = (1+\beta h^2 \nabla^2)\hat{f} = (1+\beta h^2\nabla^2)\times (1-\beta h^2\nabla^2) f_i = (1-\beta^2 h^4 \nabla^4) f_i \tag{13}$$

与式(10a)比较即得.

注记 4　交换盈亏修正与样条磨光的次序，逼近阶数保持 $O(h^4)$不变.

证明

$$SR = (1+\beta h^2\nabla^2)(1-\beta h^2\nabla^2) = 1-\beta^2 h^4 \nabla^4 = (1-\beta h^2\nabla^2)(1+\beta h^2\nabla^2) = RS \tag{14}$$

为了方便起见，今后把“盈亏修正-样条磨光”复合处理 SR 简称为修正磨光. 若重复进行盈亏修正、样条磨光或二者特定的复合处理，则构成迭代. n 次样条磨光迭代 S^n 相当于以同一扩散系数 b 连续扩散 n 次或以 nb 为扩散系数扩散一次；而 n 次盈亏修正迭代 R^n，则相当于以同一扩散系数 b 连续反扩散 n 次或以 nb 为扩散系数反扩散一次[6]，从而有：

注记 5　n 次样条磨光迭代 S^n 后，偏差亏值增大，但保持其阶数 $O(h^2)$不变.

证明

$$S^n = (1+\beta h^2\nabla^2)^n = 1+n\beta h^2\nabla^2 + \frac{n(n-1)}{2}\beta^2 h^4\nabla^4 + \cdots + \beta^n h^{2n}\nabla^{2n} = 1+n\beta h^2\nabla^2 + O(h^4) \tag{15}$$

通过与式(10a)比较即得.

注记 6　n 次盈亏修正迭代 R^n 后，偏差盈值增大，但保持其阶数 $O(h^2)$不变.

证明

$$S^n = (1+\beta h^2\nabla^2)^n = 1+n\beta h^2\nabla^2 + \frac{n(n-1)}{2}\beta^2 h^4\nabla^4 + \cdots + \beta^n h^{2n}\nabla^{2n} = 1+n\beta h^2\nabla^2 + O(h^4) \tag{16}$$

通过与公式(10b)比较即得.

注记 7　n 次修正磨光迭代$(SR)^n$ 等效于 n 次盈亏修正继以 n 次样条磨光或相反.

证明

$$(SR)^n = [(1+\beta h^2\nabla^2)(1-\beta h^2\nabla^2)]^n = (1+\beta h^2\nabla^2)(1-\beta h^2\nabla^2)(1+\beta h^2\nabla^2)\cdots (1+\beta h^2\nabla^2)(1-\beta h^2\nabla^2) \tag{17}$$

上式中，所有$(1-\beta h^2\nabla^2)$项均向右交换，分别合并即得；反之亦然.

注记 8　n 次修正磨光迭代$(SR)^n$ 后，偏差亏值增大，但保持其阶数 $O(h^4)$不变.

证明

$$(SR)^n = [(1+\beta h^2\nabla^2)(1-\beta h^2\nabla^2)]^n = (1-\beta^2 h^4\nabla^4)^n = 1-n\beta^2 h^4\nabla^4 + O(h^8) \tag{18}$$

通过与注记 3 比较即得.

以上各迭代方式 S^n，R^n 和$(SR)^n$ 的共同特点是简单地沿用同一算子 S，R 或 SR，其可称为简单迭代，但它们都不能提高逼近阶数.

若利用修正磨光后的偏差残值再作修正，则可以提高逼近阶数[7~9]. 在注意到样条平滑算子 S(见式(10e))、盈亏修正算子 R(见式(10f))以及修正磨光算子 SR(见式(14))形式的基础上，将更新修正算子的序列定义如下

$$R_1 = R = 1-\beta h^2\nabla^2 \tag{19a}$$

$$R_2 = 1+\beta^2 h^4\nabla^4 = 1+(\beta h^2\nabla^2)^2 \tag{19b}$$

$$R_n = 1+(\beta h^2\nabla^2)^{2^{n-1}} \quad n = 1,2,3,\cdots \tag{19c}$$

由于更新修正算子的结构在每次迭代中都依据残差新信息作出改变，因此将这样的迭代方式称为更新迭代.

注记 9　修正磨光加一次更新修正 R_2 后，逼近阶数可从 $O(h^4)$提高到 $O(h^8)$.

证明

$$R_2R_1S = R_2SR_1 = (1+\beta^2h^4\nabla^4)(1+\beta h^2\nabla^2)\times(1-\beta h^2\nabla^2) = 1-\beta^4 h^8\nabla^8 \tag{20}$$

通过与注记 3 比较即得.

同时，利用更新迭代，可以将注记 3 改写如下：

注记 3'　修正磨光(即样条磨光加一次更新修正 R_1)后，逼近阶数可从 $O(h^2)$提高到 $O(h^4)$.

注记 10　样条磨光后依更新修正算子序列作 n 次修正迭代 $R_n\cdots R_2R_1$，逼近阶数可从 $O(h^2)$提高到 $O(h^{2^{n+1}})$.

证明

$$R_n\cdots R_1 S=(1+\beta^{2^{n-1}}h^{2^n}\nabla^{2^n})\cdots(1+\beta h^2\nabla^2)\times$$
$$(1-\beta h^2\nabla^2)=1-\beta^{2^n}h^{2^{n+1}}\nabla^{2^{n+1}} \quad (21)$$

可见,更新修正迭代实际上就是对磨光曲线进行持续的盈值提升,只是提升的比例逐步减小而已.

注记 11 更新修正算子序列中任一算子项不可缺少,否则逼近阶数将相应地停止提升.

证明 设更新修正算子序列的缺省项为 R_k,则逼近阶数只能为 $O(h^{2^k})$,因为

$$R_n\cdots R_{k+1}R_{k-1}\cdots R_1 S=(1+\beta^{2^{n-1}}h^{2^n}\nabla^{2^n})\cdots$$
$$(1+\beta^{2^k}h^{2^{k+1}}\nabla^{2^{k+1}})(1+\beta^{2^{k-2}}h^{2^{k-1}}\nabla^{2^{k-1}})\cdots$$
$$(1+\beta h^2\nabla^2)(1-\beta h^2\nabla^2)=(1+\beta^{2^{n-1}}h^{2^n}\nabla^{2^n})\cdots$$
$$(1+\beta^{2^k}h^{2^{k+1}}\nabla^{2^{k+1}})(1-\beta^{2^{k-1}}h^{2^k}\nabla^{2^k})=$$
$$1-\beta^{2^{k-1}}h^{2^k}\nabla^{2^k}+O(h^{2^{k+1}}) \quad (22)$$

特别当缺省项为 $R_1=R=1-\beta h^2\nabla^2$ 时,不论后继有多少项修正算子 $R_i, i\geq k+1$,逼近阶数恒为 $O(h^2)$.

为了清楚地表明修正磨光的更新迭代与其简单迭代的差别,不妨将对应于修正算子更新迭代序列的修正磨光算子更新迭代序列定义如下:

$$\begin{aligned}S_1&=R_1S=RS\\S_2&=R_2S_1=R_2R_1S\\S_n&=R_nS_{n-1}=\cdots=R_nR_{n-1}\cdots R_2R_1S\end{aligned} \quad (23)$$

随着迭代次数 n 的增大,更新修正磨光算子的逼近阶数将以 2 的幂次增长.例如,S_1 的逼近阶数为 $O(h^4)$,S_2 的逼近阶数则为 $O(h^8)$,…,而 S_n 的逼近阶数则为 $O(h^{2^{n+1}})$.

注记 12 盈亏修正 R 的迭代计算 R^n 和更新修正的迭代计算 $R_nR_{n-1}=R_2R_1$ 都是数值不稳定的.

证明 盈亏修正 R 是一个反扩散的过程,更新修正迭代的每一步 R_1 都是对磨光曲线作盈值提升,利用 Fourier 方法[16]作数值稳定性分析可知二者都是绝对不稳定的过程.

令 $\varepsilon_i^k=\lambda^k e^{i\theta}$,累积误差放大因子 λ,$i=\sqrt{-1}$,任意频率.对于盈亏修正 $R=R_1$,由式(7)或(19a)可得

$$\lambda_1=1+\frac{1}{3}(1-\cos\theta)\in\left[1,\frac{5}{3}\right] \quad (24)$$

对于更新修正 R_2,由(19b)可得

$$\lambda_2=1+\left(\frac{1-\cos\varphi}{3}\right)^2\in\left[1,\frac{13}{9}\right] \quad (25)$$

对于更新修正 R_n,由(19c)可得

$$\lambda_n=1+\left(\frac{1-\cos\psi}{3}\right)^{2^{n-1}}\in\left[1,1+\left(\frac{2}{3}\right)^{2^{n-1}}\right] \quad (26)$$

由于累积误差在迭代的每一步中都被放大,盈亏修正和更新修正计算都是绝对不稳定的.

2 讨 论

在图象分析和计算机视觉处理中,边缘点的探测与确定是个关键问题之一.虽然利用曲线、曲面或其指向与曲率的突变即可以探测边缘,但为此要涉及各阶导数的计算,以便比较和确定突变点的位置.然而由于导数在这些突变点上并不存在,只能以差分代替,并且离散取样又带来了突变点(比如切点)定位的不确定性,将影响边缘探测结果的可靠性.

同时,由于取样数据中都包含着噪声,若直接对取样数据作数值微分将会扩大噪声的影响,从而使计算得不到预期的结果,所以必须先进行平滑,以滤除噪声的影响.

由于样条函数是由分片光滑函数在节点上适当地连接而成,因此样条磨光提供了适应保凸要求的曲线拟合手段.由其来对原始数据作拟合,可提高信号曲线的光滑度,从而使之从分段光滑变为整体光滑的近似曲线,这样便于用解析方式代替局部差分来给出导数.

但是,同样的样条磨光处理会在不同的场合产生不同的结果.

2.1 曲线分段光滑

当曲线只有单纯的间断点(如台阶状间断点、屋顶状一阶导数间断点、以及圆弧与直线相切的二阶导数间断点)时,则情况比较简单.

本文注意到高斯平滑的快慢取决于平滑尺度的大小,因此由注记 1 和式(4),三阶样条磨光就相当于高斯平滑 $\sigma^2=1/3$ 或扩散平滑 $b=1/6$ 的情况,作一次三阶样条磨光只需 3 个取样点(中心点和左右各一个邻点)的值;而连续两次三阶样条磨光则相当于一次七阶样条磨光,或 $\sigma^2=2/3$ 的高斯平滑,或 $b=1/3$ 的扩散平滑,其共涉及到 5 个取样点(中心点和左右各两个邻点)的值;三次重复三阶样条磨光相当于一次七阶样条磨光、或 $\sigma=1$ 的高斯平滑、或 $b=1/2$ 的扩散平滑,其共涉及到 7 个取样点(中心点和左右各 3 个邻点)的值;四次重复三阶样条磨光相当于一次九阶样条磨光,或 $\sigma^2=4/3$ 的高斯平滑,或 $b=2/3$ 的

扩散平滑,其共涉及到 9 个取样点(中心点和左右各 4 个邻点)的值.

而样条盈亏修正与反扩散恢复的关系与此类似,即三阶、五阶、七阶和九阶样条盈亏修正分别相当于 $b=1/6$、$b=1/3$、$b=1/2$ 和 $b=2/3$ 的反扩散恢复.实践证明,采用盈亏修正不但可以减小平滑产生的偏差,还可减少切点(零曲率点)的漂移[6].

所以,对于单纯的曲线间断点,在磨光后选择适当的幂次 n 来进行简单迭代或更新迭代形式的修正都是可行、有效的.

2.2　噪声污染的光滑曲线

当光滑的曲线受到噪声污染而呈现粗糙起伏时,可视噪声毛刺为曲线导数的间断点,然后利用适当次数的样条作平滑,以磨去噪声毛刺,这样即可削弱噪声对曲线各阶导数计算的影响.

此时的问题在于,平滑也会导致曲线畸变,于是,拥有较高的信噪比则意味着当噪声去除殆尽时,将留下相对轻微的曲线畸变,较低的信噪比则意味着将留下相对严重的曲线畸变,但是,只要不是那种影响区域分割的畸变,比如零曲率区域边界附近的畸变,那么即使畸变较大也无关紧要,因为边界点仍然能适当地确定下来,所以,这种受噪声污染的光滑曲线的磨光只需选择适当的幂次 n,进行简单迭代即可.

2.3　噪声污染的分段光滑曲线

当曲线间断和噪声污染二者兼有时,情况就相对复杂一些.尽管样条平滑可以磨光间断点,而且多次平滑也可以滤除噪声,但平滑次数越多,则曲线的畸变偏差越大;而引入盈亏修正无疑能减少曲线偏差,却又不加区分地阻碍了噪声的衰减;由此可见,两者是互相矛盾的,因此需寻找折衷的解决方案,此时不应盲目追求对原始数据的逼近精度.

以锯齿波曲线为例,设取样值为…,$-1,0,1,-1,0,1,0,-1$,…,那么由式(8)可知,经三阶、五阶、七阶和九阶样条磨光,幅值收缩率分别为 2/3 的一次、二次、三次和四次方;而盈亏修正则由式(7)可知,相应的幅值放大率分别为 4/3 的一次、二次、三次和四次方;从而,经过相应的修正磨光后,其幅值收缩率分别减慢为 8/9 的一次、二次、三次和四次方,而且无论把锯齿波当作信号还是噪声,这些估计都适用.若将这一锯齿波作为衰减、展平最快的波形之一,则对其磨光的结果也可为估计其他波形的幅值变化提供参考.

在噪声污染图象的样条平滑中引入盈亏修正,本意在于保护信号,诚然信号畸变虽得到了弥补,但噪声却也得以保留.如上例所示,经九阶样条修正磨光后的锯齿波残留幅值仍达三分之二之多,试图通过多次盈亏修正的迭代来实现高精度光滑逼近则有计算失稳、凸性被破坏的风险.因此,引入盈亏修正到这类图象的平滑中去,则近乎舍本求末,因其偏离了噪声消除的任务,除非信噪比本来就很高.至于因样条磨光而产生的偏差中是否还包含着图象的边缘信息、是否需要进一步提取以及如何提取,则是一个有赖于任务和尺度的问题[2].

事实上,就曲线(面)分割和识别而言,因而良好的曲线(形状)表示比曲线的数值精度更加重要[5],所以,噪声消除应该优先于间断点的磨光与修正逼近.实际上,由于间断点往往是分割的关键点或区域的边界点,因此如果没有噪声污染,则差分运算通常足以对间断点作出定位,毋须求助于样条磨光;而在有噪声的情况下,压制噪声才是首要的和实质性的需求工作.尽管平滑噪声会带来曲线畸变,但只要不影响分割,则曲线偏差的大小仍是无关紧要的;否则就要考虑对策,比如对曲率的'零点漂移'效应加以补偿等等.

3　小　结

综上所述,以三阶 B-样条作数据磨光时,引入盈亏修正可以在磨光的同时提高逼近原始数据的精度.本文从图象的扩散平滑与反扩散恢复角度出发,对盈亏修正技术进行了评注,阐明了样条磨光与扩散平滑、盈亏修正与反扩散恢复在离散条件下的等价关系;并指出了沿用同一样条磨光、盈亏修正或修正磨光算子的简单迭代并不能提高逼近阶数;给出了依据残差信信息调整修正算子结构的更新迭代算子序列及其对逼近阶数提高的估计;而且揭示了盈亏修正和更新修正都是数值上绝对不稳定的运算.本文通过盈亏修正技术在图象处理中的适用范围讨论,认为就曲线(面)分割和识别而言,当曲线(面)间断和噪声污染二者兼有时,压制噪声是首要和实质性的需求.

参 考 文 献

1　Marr D. Vision. New York:Academic Press,1982.

2　Witkin A P. Scale-space Filtering. In: Proc. of International Joint Conference on Artificial Intelligence,West Germang Karlsruhe,West Germany,1983:10191022.

3 Babaud J, Witkin A P, Baudin M *et al*. Uniqueness of the gaussian kernel for scale-space filtering. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1986, PAMI-8, (1): 2633.
4 Cai L D. Some notes on repeated averaging smoothing. In: J. Kittler (Ed.), Lecture Notes in Computer Science, Vol. 301, Berlin Germang Springer-Verlag Press. Berlin, Germany, 1988: 597605.
5 Cai L D. A diffusion smoothing approach to sculptured surfaces. In: D.C. Handscomb (Ed.), The Mathematics of Surfaces III, Oxford, UK: Oxford University Press, 1989: 267286.
6 Cai L D. Scale-based surface understanding using diffusion smoothing., Ph.D. Thesis, England: Dept of Artificial Intelligence, University of Edinburgh, January 1990.
7 齐东旭,田自贤,张玉心等. 曲线拟合的数值磨光方法.数学学报, 1975, 18(3): 173184.
8 李岳生.数值逼近.北京:高等教育出版社, 1978: 98103.
9 Boor C de. ARO Report 79-3. In: Proc. of Numer. Anal. Computer Conference, 1979.
10 Cai L D. Spline smoothing: A special case of diffusion smoothing. In: Proc. of the 5th Alvey Vision Conference, Reading, UK, July, 1989: 273-276.
11 MacCallum K J, Zhang J M. Curve-smoothing techniques using B-splines. The Computer Journal, 1986, 29(6): 564571.
12 李翠华,郑南宁等.基于样条修匀公式的图象边缘检测.电子学报, 1999, 27(1): 187217.
13 Koenderink J J. The structure of images. Biological Cybernetics, 1984, 50: 363370.
14 Cai L D. Notes on image restoration using inverse diffusion. In: Proc. of ICIG'2000, Journal of Image and Graphics, 2000, 5: 131134.
15 武栓虎,谈正.盈亏修正法图象边缘检测.中国图象图形学报, 2000, 5A(6): 493496.
16 冯康等.数值计算方法.北京:国防工业出版社, 1978: 493.

蔡利栋 1970年毕业于清华大学,1985~1989年在英国爱丁堡大学人工智能系攻读计算机视觉博士学位,现任暨南大学计算机科学系教授.主要从事人工智能、计算机视觉、图象处理等方面的教学和研究.